神奈川県立総合教育センター長期研究員研究報告18：25～30. 2020

深い学びにつながる体系的な理解を促す数学科の授業づくり

― 学習項目のつながりを可視化する活動を通して ―

有明　みゆき[1]

生徒が学習内容を関連付けて体系的に理解し、他の学習や生活の場面でも活用できるような、生きて働く知識及び技能を習得することが求められている。学習内容を体系的に理解するためには、学習項目のつながりを可視化することが有効であり、可視化したものを用いて試行錯誤する過程で、生徒の深い学びが実現するものと考える。そこで、学習項目のつながりを可視化する授業を行い、その有効性を検証した。

はじめに

平成30年度に告示された高等学校学習指導要領(以下、学習指導要領という)は各教科の目標・内容を三つの柱に整理している。そのうち「知識及び技能」は、中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」(以下、「答申」という)において示された資質・能力の「何を理解しているか、何ができるか(生きて働く「知識・技能」の習得)」に対応するものである(中央教育審議会　2016　pp. 28-31)。『高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説総則編』には、「知識の理解の質」を高めるとともに「習熟・熟達した技能」を習得する重要性、そしてそのために生徒が新たな知識及び技能を既有のものと関連付けて考えることができるような学習の必要性が示されている(文部科学省　2019a)。また、「答申」の中では、高等学校数学科の課題として、「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」が挙げられている(中央教育審議会　2016　p. 140)。筆者もこれまで、複数の学習内容を含む問題になると生徒の正答率が下がる点や、記述式の問題に無解答が多い点に、授業改善の必要性を感じていた。生徒が活用すべき知識及び技能に気付き、筋道を立てて考えたり記述したりすることができる等、知識及び技能を生きて働くものとして習得できるような授業づくりが不可欠であると考え、その方法を探った。

研究の目的

本研究では、生徒が活用すべき知識及び技能に気付き、筋道を立てて考えたり記述したりする姿を、知識及び技能を生きて働くものとして習得した姿と捉える。そして、「関連付ける」ことに主眼をおき、生徒が生きて働く知識及び技能を習得するために有効な手立てについて検証する。

研究の内容

１　体系的な理解

(1) 体系的に理解すること

『高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説数学編理数編』は、「知識及び技能」に関わる数学科の目標を、「数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解する」と記している(文部科学省　2019b　p. 27)。また、「数学的な考え方」を「目的に応じて数，式，図，表，グラフ等を活用しつつ，論理的に考え，問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら，統合的・発展的に考えたり，体系的に考えたりすること」と定義し(文部科学省　2019b　p. 24)、「『数学的な見方・考え方』を働かせながら，知識及び技能を習得したり，習得した知識及び技能を活用して探究したりすることにより，知識は生きて働くものとなり」と述べている(文部科学省　2019b　p. ９)。また、学習指導要領においては、深い学びのために各教科の見方・考え方を働かせる重要性が示されていることから、「体系的な理解」は生きて働く知識及び技能の習得、そして深い学びにつながると言えよう。

(2) 体系的に理解するために

教師は授業の中で、例えば「２次方程式の実数解の個数は、判別式を用いたら良い」というように、「○○だから△△である」という考え方を繰り返し発している。これは教師が教科の学習内容を構造化・体系化しており、適切な順序で生徒に提示していると言える。しかし、生徒にとっては全てが初めて学習する内容である。個々の学習項目の理解に留まり、学習内容の関連までは十分に理解できていない生徒も多いと考え

1　神奈川県立藤沢総合高等学校
　研究分野(授業改善推進研究　数学)

る。限られた時間で生徒が新たな知識を得て構造化・体系化するためには、学習内容の関連を把握しやすくするような工夫が必要である。

２　学習項目のつながりの可視化

(1)　可視化による効果

齋藤は「山登り式学習法」という方法で、ワークシートに学習項目を可視化する取組を実践している（齋藤　2004）。この方法は、教師が示した学習項目について、生徒がそのつながりを考えるというものである。単元の学習前に、教師は単元内の学習項目とその関連を矢印で示したワークシートを作成しておく。生徒は授業で学習した内容を基に学習項目の関連を考えた上で、矢印の理由を記していく。齋藤は「山登り式学習法」のねらいとして、教師が構造化・体系化したものを生徒に示すことにより、生徒が個々の学習項目だけでなく、相互の関係や全体との関係を把握・理解できるようにすること、その過程で「生徒の構造的・体系的思考を活性化する」ことを挙げている（齋藤　2004）。学習項目のつながりを口頭で説明するだけでなく、可視化して生徒に示すことにより、単元の全体像が分かり、体系的な理解が促進される。その結果、複数の学習内容を含む問題においても、相互の関係や全体との関係から、活用すべき知識及び技能に気付くことができる。さらに、生徒自身が学習項目のつながりやその理由について考える過程で「数学的な見方・考え方」を働かせることにより、生きて働く知識及び技能の習得や、深い学びにつなげることができると考える。

以上のことから、学習項目のつながりを可視化することを、体系的な理解を促すための手立てとする。

(2)　つながりマップ・つながり確認表による可視化

学習項目のつながりを可視化するためにワークシートを作成し、名称を「つながりマップ」、「つながり確認表」とした（第１図）（第２図）。つながりマップには筆者が学習項目のみを示した。生徒は授業で学習した内容を基に、つながりマップに示された学習項目間の関連を考え、矢印でつなぐ。そしてその理由をつながり確認表に記していく。毎時間書き加えていくことで、１枚のつながりマップ・つながり確認表により学習項目の関連について理解を深めることができる。

【2次方程式と2次不等式】つながり確認表

矢印	矢印の理由（図などを用いてもよい）
⑦→⑥	２次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフの頂点は点 (p,q)　軸は直線 $x=p$
⑧→⑦	２次関数 $y=ax^2+bx+c$ は $y=a(x-p)^2+q$ の形に平方完成することができる。

第２図　つながり確認表

３　研究の仮説と検証方法

(1)　研究の仮説

本研究における仮説は次のとおりである。

> 学習項目のつながりを可視化することは、生きて働く知識及び技能の習得と深い学びにつながる高等学校数学科の「体系的な理解」のために有効である。

(2)　検証方法

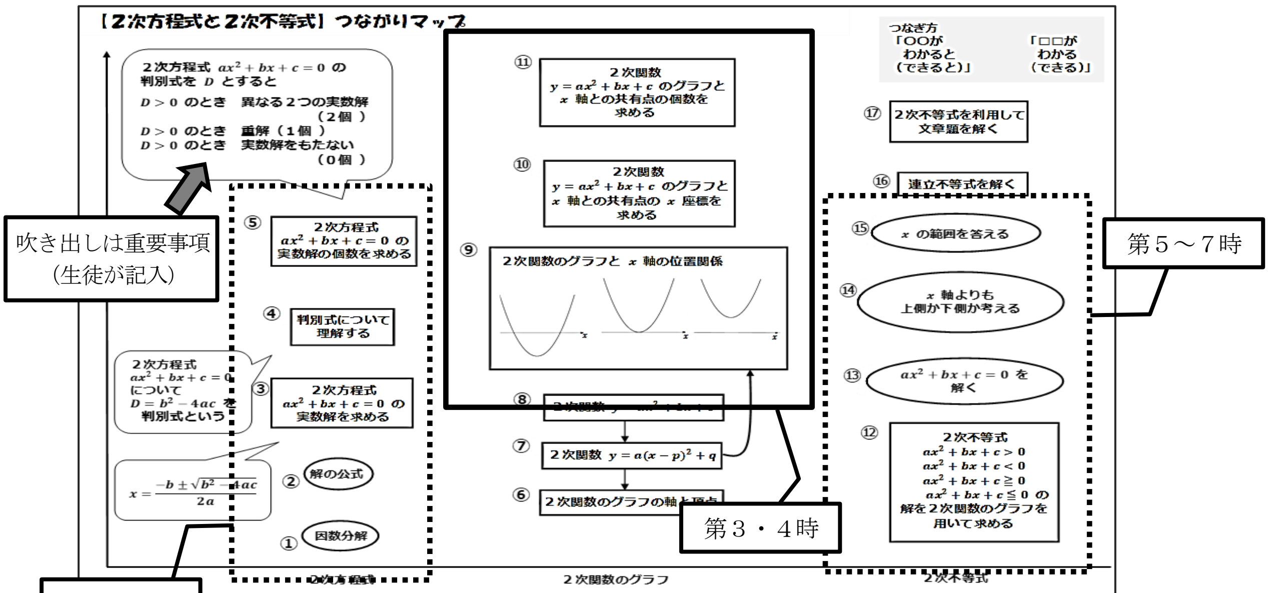
ア　体系的な理解と深い学び

学習の過程で「数学的な見方・考え方」を働かせることにより深い学びが実現する。そこで、本研究では既習事項と関連付けて考えたり、学習内容を振り返って体系的に理解したりすることが十分にできたと考えられる生徒の学びを、深い学びと捉えることとする。

イ　検証の視点

研究の仮説に基づき、次の三つの視点で検証を行う。

①学習項目のつながりを可視化することにより、生徒



第１図　つながりマップ

の「体系的な理解」は促されるか。

②学習項目のつながりを可視化することは、生きて働く知識及び技能の習得につながるか。

③学習項目のつながりを可視化することは、アで定義した深い学びにつながるか。

４　検証授業

(1) 検証授業の概要

【実施期間】令和元年９月４日(水)～９月20日(金)

【対象生徒】所属校１年次３講座87名

【科目】数学Ⅰ

【単元名】２次方程式と２次不等式

【授業時間】各講座８時間

第１表　単元計画(検証授業は太枠内８時間)

時間	学習内容
１・２	２次方程式の実数解の個数
３・４	２次関数のグラフとx軸の共有点及び位置関係
５～７	２次関数のグラフと２次不等式
８	単元の振り返り
９	連立不等式
１０	２次不等式の応用
１１	単元のまとめ

各回の授業の始めに生徒はつながりマップを用いて単元の全体像や本時の目標を確認する。そしてまとめの時間につながりマップ・つながり確認表を記入する。第８時はつながりマップ・つながり確認表を再検討する活動を通して、前時までの学習内容を振り返る時間とする。第８時の流れは次のとおりである。

①演習問題(教科書と同程度の難易度の問題４問、示されている解答の誤りを修正する問題１問、対話文をヒントに解答する問題１問)を解く。

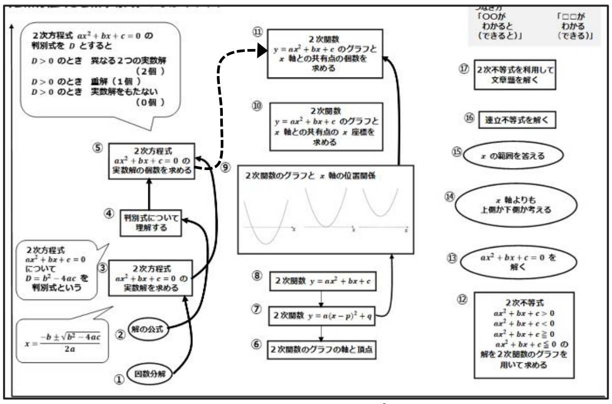
②演習問題の解答及び学習項目のつながりを全体で確認する(黒板に拡大したつながりマップを示し、生徒の発言に基づき筆者が矢印を書き込む)。

③つながり確認表について再検討・記入する。

(2) 生徒の反応

ア　第２時、第４時の生徒の反応

第２時に学習した「２次方程式の実数解の個数」について、生徒は学習内容を理解し、つながりマップ・つながり確認表についても矢印とその理由を示すことができた。しかし第４時に学習した「２次関数のグラフとx軸の位置関係」については、筆者の説明を理解し教科書の演習問題を解くことはできても、つながりマップ・つながり確認表を記入できない生徒が多かった。また、「２次方程式」及び「２次関数のグラフ」それぞれのつながりを示すことはできた生徒も、第３図点線矢印のように、２次方程式の判別式と２次関数のグラフを関連付けて考えることはできていない様子であった(第３図)(第２表)。



第３図　生徒Ａのつながりマップ(第４時)(点線矢印は筆者)

第２表　生徒Ａのつながり確認表(第４時)

①→③	因数分解をすると２次方程式が解ける
③→⑤	実数解が求められたら、実数解の個数も求められる
④→⑤	判別式を理解していたら、実数解の個数が求められる
②→④	b^2-4ac を判別式という
⑨→⑪	位置関係が分かれば、共有点の個数が分かる

イ　第８時の生徒の反応

演習問題を解く段階では、前時までの学習内容についてつながりマップを基に振り返る生徒が多く、毎回の授業でつながりマップを示してきた効果を感じることができた。生徒は自力で矢印を結ぶことや理由を示すことはできなくても、学習項目一つ一つの意味や部分的なつながりは認識していた。そのため、「何が分からないか」を明確にできており、理解の不十分な学習項目やつながりについて、つながりマップを用いて理解を深めようとしていた。また、つながりマップ・つながり確認表を用いて生徒同士で教え合う姿が多く見られ、可視化された教材は協働的な学びにも有効なツールとなることが分かった。

黒板につながりマップを示し学習項目のつながりを確認した後、つながり確認表を再検討する時間を設けた。第７時までは理由をあまり記入できなかった生徒も、黒板のつながりマップを参考にし、書き加えることができた。

５　検証結果と考察

(1) 単元テスト到達度

検証授業前に「２次関数とそのグラフ」の単元テストを実施し、２次関数のグラフをかく問題や最大値・最小値を求める問題を出題した。生徒の答案を国立教育政策研究所の評価規準設定例を基に評価し、到達度を高い方からＡ、Ｂ、Ｃの３段階で示した。その分布は、到達度Ａが24名、到達度Ｂが35名、到達度Ｃが28名である。到達度Ａ及びＢの評価規準をあとに示す(第３表)。単元テストは検証授業後も「２次方程式と２次不等式」において実施し、２次方程式の実数解の個数や２次不等式の解を求める問題を出題した。

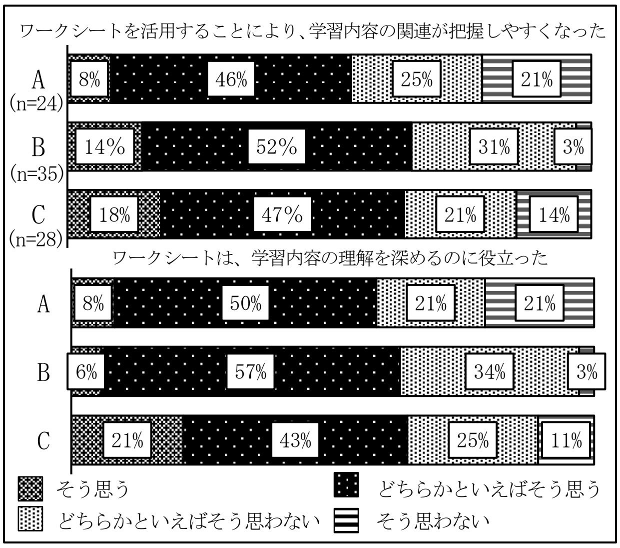
第３表　到達度Ａ及びＢの評価規準

A	２次関数のグラフの特徴及び平行移動について理解している。また、２次関数の最大値・最小値等について、グラフを用いて考察することができる。
B	２次関数のグラフの特徴や平行移動について理解している。また、２次関数の最大値・最小値等を求めることができる。

(2)　生徒アンケートの結果

ア　つながりマップ・つながり確認表による可視化

ワークシートの活用に関する生徒アンケートの結果を、検証授業前の単元テスト到達度別に示す(第４図)。



第４図　つながりマップ・つながり確認表に関する到達度別アンケート結果(n=87)

ここでは「そう思う」、「どちらかといえばそう思う」を肯定的な回答とする。第４図についてそれらの数値を合計すると、到達度Ｂ及びＣの生徒の方が、到達度Ａの生徒よりもつながりマップ・つながり確認表を肯定的に捉えていることが分かる。このことをさらに分析するため、授業中の取組に関する質問項目の回答結果及び単元テストの答案について分析を行う。

イ　到達度別結果と分析

数学の授業中の取組に関する質問項目のうち、検証授業前後の変化が顕著に見られたものを到達度別に示し、分析を行う。あわせて、つながりマップ・つながり確認表の活用について、生徒の感想を抜粋する。

(ア) 到達度Ａの生徒

第４表　到達度Ａの生徒アンケート結果及びつながりマップ・つながり確認表の感想(n=24)

質問項目	肯定的回答	
	検証授業前	検証授業後
今までに習ったことを関連付けて理解しようとすることができた	58%	96%
説明や解説を待たずに、まずどの方法で解けるか予想することができた	63%	92%
感想　つながりマップを見ると、紙一枚で復習ができた。矢印の意味を考えることで、より深く理解できた。		

学習内容を関連付けて理解すること、解法を予想することについて、肯定的な回答は、検証授業前後でそれぞれ38ポイント、29ポイント増加した(第４表)。そして、検証授業前後で肯定的な回答に変化した生徒は、第４図のつながりマップ・つながり確認表に関する質問項目にも肯定的な回答をしていた。学習項目のつながりを可視化したことで、学習内容の関連が理解でき、自ら解法を予想するという生徒の取組につながったと考える。一方で、第４表の、関連付けたり予想したりすることに肯定的に回答した生徒のうち、第４図においてつながりマップ・つながり確認表に否定的な回答をした生徒は、可視化の有無にかかわらず学習項目の関連を理解することができた可能性がある。しかし、そのような生徒の感想に「つながりマップでないと考えられないつながりがあった」というものもあったことから、可視化や活用の方法を工夫することで、つながりマップ・つながり確認表は、到達度Ａの生徒にとっても、より効果的な教材になると考える。

(イ) 到達度Ｂの生徒

第５表　到達度Ｂの生徒アンケート結果及びつながりマップ・つながり確認表の感想(n=35)

質問項目	肯定的回答	
	検証授業前	検証授業後
今までに習ったことを関連付けて理解しようとすることができた	83%	97%
数学の問題を解くときに、粘り強く考えることができた	40%	80%
感想　問題の解き方が分からなかった時、つながりマップを見て、考えて解くことができた。		

学習内容を関連付けて理解することについて、肯定的な回答は14ポイント増加し(第５表)、肯定的な回答に変化した生徒は、第４図のつながりマップ・つながり確認表に関する質問に肯定的に回答していた。また、粘り強く考えることができたと回答した生徒は40%から80%と大幅に増加した。問題が解けないときに解説を待つのではなく、つながりマップを見て「何が分からないか」、「解決するためには何をしたら良いか」等、学習項目の相互の関係をヒントに考えることができたと捉える。これらのことから、学習項目のつながりを可視化したことは、学習内容を関連付けて理解するために有効であったと考える。

(ウ) 到達度Ｃの生徒

第６表　到達度Ｃの生徒アンケート結果及びつながりマップ・つながり確認表の感想(n=28)

質問項目	肯定的回答	
	検証授業前	検証授業後
今までに習ったことを関連付けて理解しようとすることができた	65%	79%
数学の問題を解くときに、粘り強く考えることができた	57%	68%
感想　授業では何をしたらいいか分からない時に見た。つながりが分かるため、どこで間違えているかも理解できた。		

学習内容を関連付けて理解すること、粘り強く考えることについて、肯定的な回答は、それぞれ14ポイント、11ポイント増加し(第６表)、肯定的な回答に変化した生徒は、第４図のつながりマップ・つながり確認

表に関する質問に肯定的に回答していた。また、検証授業後に実施した単元テストの答案の中には、判別式を用いて２次方程式の実数解の個数を求める問題をはじめ、身に付けた知識を「いつ」、「どのように」活用するかについて、適切に判断することができたと読み取れるものが、検証授業前よりも多くあった。これらのことから、学習項目のつながりを可視化したことは、学習内容の関連を理解するために有効であったと考える。

ウ　生徒（Ｓ、Ｔ）の変容

(ｱ) 生徒Ｓの変容

生徒Ｓは、検証授業の始めは、つながりマップ・つながり確認表の書き方や考え方が分からず困惑していた。しかし、検証授業後の生徒アンケートの回答やワークシート活用についての感想は、活用すべき知識及び技能に気付くために、相互の関係を理解しようとする取組を促すことができたと感じられるものであった（第７表）。また、単元テストについて、検証授業前は無解答であった、考え方を説明する問題の記述にも、生徒Ｓの変容を感じることができた（第５図）。

第７表　生徒Ｓのアンケート結果と感想

生徒アンケート	検証授業前	検証授業後
説明や解説を待たずに、まずどの方法で解けるか予想することができた	できなかった	どちらかといえばできた
つながりマップ・つながり確認表による可視化		肯定的
感想　「〇〇を求める時は何をすれば求めることができるか」など、一つ一つ区切って考えることができるようになった。一つ一つの段階を踏めるようになった。		

２次関数の最大値・最小値について説明せよ。

検証授業前

２次不等式の、２次関数のグラフを用いた解き方について説明せよ。

$ax^2+bx+c=0$ とおくと、２次方程式の実数解が分かる。実数解が分かれば x 軸との共有点が分かり、x 軸との位置関係も分かる。

検証授業後

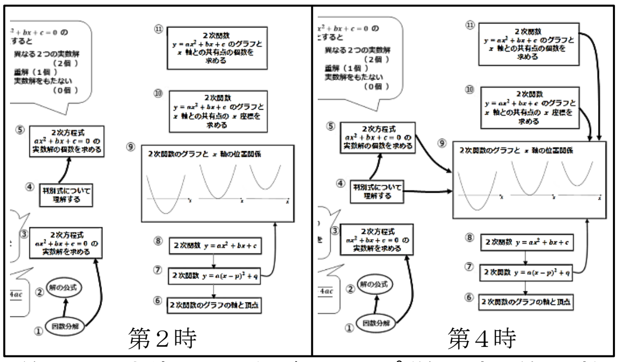
第５図　生徒Ｓの記述（考え方を説明する問題）

生徒Ｓは検証授業の中で、２次方程式の解から判別式の条件を判断したり、２次不等式を２次関数のグラフを用いて解いたりすることに苦戦していたが、つながりマップを見ながら、また友人や教師に質問をしながら、学習項目のつながりを考えることができていた。

(ｲ) 生徒Ｔの変容

生徒Ｔの検証授業前の単元テストの答案を見ると、２次関数の最大値・最小値を求める問題に解答しておらず、活用すべき知識及び技能に気付くことができなかったと推測する。一方で、検証授業後には２次方程式の実数解の個数から未知数を求める問題について、判別式まで求めることができており、身に付けた知識や技能を用いて解答しようとする様子が見て取れた。生徒アンケートの回答も、粘り強く考えることについて「どちらかといえばできなかった」から「どちらかといえばできた」に変化し、つながりマップ・つながり確認表に関する質問に肯定的に回答していた。

生徒Ｔは、第２時から第４時と、つながりマップに少しずつ矢印を書き加えることができた（第６図）。つながり確認表については、特に第４時にはほとんど理由を記すことができなかったが、第８時には学習項目のつながりを全体で確認したこともあり、三つの学習項目のつながりについて考え、理由を示すことができた（第８表太枠）。



第６図　生徒Ｔのつながりマップ（第２時、第４時）

第８表　生徒Ｔのつながり確認表（第８時）

①→③	因数分解をすると２次方程式を解くことができる
②→③	解の公式で２次方程式を解くことができる
④→⑤	判別式を用いると実数解の個数を求められる
⑤→⑨	実数解の個数を求められれば、x 軸との位置関係が決まる
④→⑨	判別式について理解し、２次方程式を解けば、x 軸との位置関係が決まる
①→③→⑩	因数分解をし、$ax^2+bx+c=0$ の実数解を求めれば、$y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との共有点を求められる
④→⑪	判別式について理解できれば、x 軸との共有点の個数を求められる

(3) 考え方を説明する問題

単元テストには２次関数の最大値・最小値及び２次不等式の解を求める問題に加えて、その考え方を説明する問題も出題した。考え方を説明する問題については、「２次関数のグラフの頂点と定義域の関係」や「２次関数のグラフとx軸の位置関係」等、解答に含まれる複数の要素のうち、生徒が記述できた要素の割合を確認した。その結果、検証授業前の単元テストについて、２次関数の最大値・最小値を求めることができた生徒26名のうち、その考え方を８割以上記述することができた生徒は１名であった。一方で、検証授業後の単元テストについて、２次不等式の解を２次関数のグラフを用いて求めることができた生徒23名のうち、その考え方を８割以上記述することができた生徒は７名であった。人数の割合にすると４％から30％に増加している。「なぜそう解くか」という根拠を理解し、筋道を立てて表現することができた生徒が増加したと捉える。

(4) 考察

検証の視点に基づき、次のように考察する。

ア　体系的な理解

生徒アンケートの結果や生徒の取組の様子から、学習項目のつながりを可視化したことにより、体系的な理解を促すことができたと考える。生徒一人ひとりが学習項目のつながりについて考える取組に加え、可視化したものを用いて単元の全体像を繰り返し確認したり、学習後に単元を振り返ったりすることで、学習内容の関連について理解を深めることができる。

イ　生きて働く知識及び技能の習得

検証授業後に実施した単元テストの答案には、身に付けた知識や技能を用いる場面を適切に判断することができたと読み取れるものが一定数あった。また、２次不等式の解等を求めるだけでなく、その考え方を説明することができた生徒の割合が増加したことから、活用すべき知識及び技能に気付き、筋道を立てて考えたり記述したりできる生徒が増加したと判断する。これらのことから、学習項目のつながりを可視化することは、生きて働く知識及び技能の習得につながると考える。さらなる継続的な取組により、他の学習や生活の場面でも活用できるものとなることが期待できる。

ウ　深い学び

生徒は問題が解けるかどうかだけではなく、つながりマップを用いて既習事項との関連を考え、「なぜそう解くか」、「何が分からないか」、「解決するために何をしたら良いか」を探りながら粘り強く考え、「何ができるようになったか」を整理していた。よって、既習事項と関連付けて考えたり、学習内容を振り返って体系的に理解したりすることが十分にできた、すなわち深い学びにつなげることができたと判断する。

研究のまとめ

１　研究の成果

学習項目のつながりを可視化することにより、生徒の体系的な理解を促すことができ、生きて働く知識及び技能の習得への示唆を得ることができた。生徒は学習項目のつながりを考える過程で、また可視化されたものを用いて問題を解く中で、「数学的な見方・考え方」を働かせ、試行錯誤していた。学習項目のつながりを可視化することにより、深い学びを見て取ることができた。

２　今後の課題

つながりマップのように、学習項目のつながりを可視化した教材について、生徒の理解度に応じた活用に改善の余地がある。今回、到達度Ｃの中には「授業でもう少しつながりマップを使いながら説明してもらえたら、もっと分かりやすかったかなと思った」という感想をもった生徒や、つながり確認表に理由を示すことができていない生徒がいた。一つ一つの学習項目について十分に理解を深める必要がある生徒もいたと推測する。今回は単元の振り返りとしてつながりマップを全体で確認したが、つながりマップを学習項目の説明にも用いる方が、生徒の理解が深まることも考えられる。あるいは、可視化したものは、提示して単元の全体像や本時の目標を示すのみであっても、その効果は期待できる。今後も様々な活用の方法について、検討を続けていきたい。

おわりに

本研究の目的は、生徒が活用すべき知識及び技能に気付き、筋道を立てて考えたり記述したりする等、生きて働く知識及び技能を習得するために有効な方法を探ることであった。学習項目のつながりを可視化することで知識や技能を体系的に理解することができ、深い学びにつなげることができる。また、解説を待たずに粘り強く取り組む姿からは主体的な学びを、可視化されたものを用いて、生徒同士で教え合い試行錯誤する姿からは対話的な学びを見て取ることもできた。生徒の資質・能力をより一層育むための授業改善に有効な方法として提案するとともに、今回の成果と課題を多くの先生方と共有し、今後の授業づくりにいかしていきたい。最後に、本研究を進めるにあたり、御協力いただいた神奈川県立藤沢総合高等学校の皆様に深く感謝を申し上げる。

引用文献

中央教育審議会 2016 「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」 https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf(2019 年 12 月取得)

文部科学省 2019a『高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説総則編』東洋館出版社 pp.39-40

文部科学省 2019b『高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説数学編理数編』学校図書

齋藤昇 2004 『「山登り式学習法」入門－生徒の数学的能力を高める授業づくり－』明治図書 p.17

参考文献

国立教育政策研究所 2012 「評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料(高等学校数学)～新しい学習指導要領を踏まえた生徒一人一人の学習の確実な定着に向けて～」pp.30-31 https://www.nier.go.jp/kaihatsu/hyouka/kou/04_kou_suugaku.pdf(2019年10月取得)