

# 数 学

## 1 研究のテーマ

### (1) 研究テーマ

組織的な授業改善の推進

～新学習指導要領の円滑な実施を見据えた主体的・対話的で深い学びの視点からの学習過程の実践～

### (2) 研究のねらい

新学習指導要領で重視している主体的・対話的で深い学びの視点からの授業改善を通して、各教科等における資質・能力を確実に育成する上で、学習評価は重要な役割を担っている。

本研究では、学習評価の二つの側面である「指導に生かす評価」と「記録に残す評価」を区別し、特に「指導に生かす評価」に焦点を当てた。評価した結果を授業展開の分岐や授業の振り返りに行う確認問題の選択などに生かすことで、生徒の実態に応じた指導の実現をねらいとした。

## 2 実践事例

### (1) 単元の指導と評価の計画

- ① 科目名：数学A
- ② 単元名：約数と倍数(最大公約数・最小公倍数)
- ③ 単元の目標：最大公約数・最小公倍数についての理解を深め、それらを事象の考察に活用できるようにする。
- ④ 単元の評価規準 a：関心・意欲・態度 b：数学的な見方や考え方 c：数学的な技能 d：知識・理解

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
・最大公約数・最小公倍数について関心を持ち、それらを事象の考察に活用しようとしている。	・最大公約数・最小公倍数について、多面的に考察したり、それらを事象の考察に活用したりすることができる。	・最大公約数・最小公倍数に成り立つ性質を利用して、事象を数学的に処理したり、互いに素な整数の性質を利用して、命題を証明したりすることができる。	・最大公約数・最小公倍数の意味や、互いに素について理解し、基礎的な知識を身に付けている。

### ⑤ 単元(題材)の指導計画

次	時	学習内容及び学習活動	評価の観点				評価規準	評価方法
			a	b	c	d		
1	1	○最大公約数・最小公倍数 ・2数の最大公約数・最小公倍数を求める。		○		○	b 最大公約数・最小公倍数を多面的に考察することができる。 d 最大公約数・最小公倍数の意味を理解している。	単元テスト
2	2	○最大公約数・最小公倍数の応用 ・3数の最大公約数・最小公倍数を求める。 ・既知である最小公倍数から2数を求める。		○			b 2数の最小公倍数は2数の素因数の全てを因数とすることを理解し、それを利用して問題を考察することができる。	単元テスト

3	3	○互いに素 ・互いに素について理解し、命題を証明する。			○ ○	c 互いに素な整数の性質を利用して、命題を証明することができる。 d 互いに素について理解している。	単元テスト
4	4	○最大公約数・最小公倍数の性質 ・2数の最大公約数・最小公倍数が既知のときにその2数を求める。			○	c 最大公約数・最小公倍数に成り立つ性質を利用して、2数の最大公約数・最小公倍数が既知のときにその2数を求めることができる。	単元テスト ワークシートの分析
5	5	○単元の振り返り ・振り返りシートの記入 ・単元テスト(1次から4次の内容)	○			a 最大公約数・最小公倍数について関心を持ち、それらを事象の考察に活用しようとしている。	振り返りシートの分析

#### ⑥ 授業実践例

学習活動と内容	指導上の留意点	評価の観点(評価方法)
(導入)10分 1. 小テストの確認をする。	○整数の性質の導入で行った小テストの問題を再度解き直させ、中学校までに学習した内容を見返させる。 ○小テストをGoogle フォームで行い、そのテストの結果から、(展開①)及び(展開②)の時間を調整することもある。	○この小テストは、「指導に生かす評価」として実施する。
(展開①)15分 2. グループで導出方法を考える。 ・素因数分解を利用して、最大公約数・最小公倍数を求める。	○素因数分解を用いることで、どのように最大公約数・最小公倍数を求めることができるのか、グループで検討する。 ○机間指導の際に、話合いが進んでないグループには、段階的にヒントを与える。 ○この際、話合いが停滞しないように、適宜、問題を追加することで共通点の考察を促す。	d 知識・理解 最大公約数・最小公倍数の意味を理解している。 (5次に実施予定の単元テスト)
(展開②)15分 3. 最大公約数・最小公倍数について、多面的に考察する。 ・素因数分解を利用せず、最大公約数・最小公倍数を求める。	○素因数分解を用いずに最大公約数・最小公倍数を求める方法(ユークリッドの互除法につながる方法)について考察させる。 ○あえてここで扱うことの理由を考えさせる。最大公約数・最小公倍数を形式的に求めることに偏ることのないよう、適切に説明する必要がある。 ○教科書の問題について、両方の考え方で演習させる。	b 数学的な見方や考え方 最大公約数・最小公倍数を多面的に考察することができる。 (5次に実施予定の単元テスト)

(振り返り)10分  
4. 本時の内容を振り返る。

○本時の内容の理解度を確認する問題は、生徒の(展開①)及び(展開②)の取組状況に応じて選択できるように、様々な問題を用意しておく。



○「記録に残す評価」としては、5次に実施予定の単元テストにより評価する。  
○本時の内容の振り返りの結果を「指導に生かす評価」として、2次以降の指導に生かす。

研究実施校：神奈川県立金井高等学校(全日制)  
実施日：令和3年10月22日(金)  
授業担当者：三澤 嘉嵩 教諭

(2)主体的・対話的で深い学びの視点に基づく指導と評価のポイント

「主体的な学び」の実現には、自分事の課題を、見通しを立てて取り組み、その過程を振り返ることで自らの学びを自覚するようなサイクルが大切であると考えた。また、「対話的な学び」の実現には、他者と力を合わせて解決するような課題設定が大切であると考えた。そして、「深い学び」の実現には、数学的な見方・考え方を働かせながら、問題の条件を変えるとどうなるかなど、発展的に考えさせるように展開していくことが大切であると考えた。これらを実現するためには、生徒の学びの状況を適切に見取り、その根拠を基に授業改善を積み重ねていくことが必要である。さらに、新学習指導要領において、学習評価の改善が強調されていることから、今回の研究では、日常行っている「テスト」や「机間指導」を通して行った評価を、どのように「指導に生かす」ことができるのか検証し、考察することとした。

本授業では、「事前に実施した小テスト(別紙1)」と「授業を受ける生徒の取組の観察」を基に「指導に生かす評価」を行い、授業内に三つの分岐点を設定した。ここでの分岐点とは、授業の展開を固定的なものとしてせず、複数の展開を想定し、状況に応じて適切に選択することで、より目標の実現に効果的な授業を実践しようとするものである。

第一の分岐点は、小テストの正答率と、生徒が記述した途中式を生かした授業問題、指導法の設定である(図1)。生徒の正答率が低い問題を中心に扱ったり、生徒が書いた途中式を基に、どのように問題を捉えているのかを見取り、教師の声かけにつなげたりすることで、効果的に授業を行うことができた。

例えば、最大公約数・最小公倍数の問題は正答率が低かったことに対し、素因数分解の知識を問う問題の正答率は高かったことから、理解度の高い素因数分解を利用しながら最大公約数・最小公倍数を考えることを促す活動を行った。

また、授業の冒頭で最大公約数・最小公倍数の項目における生徒の正答率を具体的に示すことで、生徒自身が結果を振り返りつつ、それを基に授業が組み立てられているという実感を得られるよう工夫したことで、本時の課題に意欲的に取り組む態度を促すことができた。小テストの結果により自分自身の理解度を捉えること、また、他者との解き方の違いを考えることで自分事として「主体的な学び」を促す効果があったと考える。

先日の小テスト

問6 次の2つの整数の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。  
(1) 30と45 (正答率50・55%) (2) 252と378 (正答率14・43%)

考察 (1)を解き直して、グループで解き方を確認して、次の問題を解きなさい。(解答：最大公約数は15、最小公倍数は90)

問題1 24と36の最大公約数を求めなさい。  
問題2 9と15の最小公倍数を求めなさい。

(1)  $\begin{array}{r} 3 \mid 30 \quad 45 \\ 5 \mid 10 \quad 15 \\ \hline 15 \end{array}$  = 全てかけ算で、最小公倍数  
最大公約数

問題1.  $\begin{array}{r} 2 \mid 24 \quad 36 \\ 3 \mid 12 \quad 18 \\ 2 \mid 4 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$  最大公約数 12  $\frac{12}{92}$   
最小公倍数 72

問題2.  $\begin{array}{r} 3 \mid 9 \quad 15 \\ \hline 3 \quad 5 \end{array}$  最大公約数 3  
最小公倍数 45

図1 小テストの正答率と生徒の記述

第二の分岐点は、素因数分解を利用した最大公約数・最小公倍数の問題の解法のまとめについての指導法である。授業計画を練った当初の予定では、教師主導でまとめを書かせる予定だったが、授業を受ける生徒の取組（「集合の考え方も使えるのではないか」などの発言）の観察により、生徒が主体的に考え、理解しようとする姿勢が顕著に見られたことを踏まえ、生徒自身の言葉でまとめを書かせるよう変更した。実際に授業を受ける生徒の様子は、様々な条件によって変化しうるものであり、授業を行う中で最も良いと思われる手法を選び、授業を展開していく。今回は、あらかじめ、生徒の達成状況により二つの展開を想定しておくことで、目の前の生徒に最適な授業展開を選択することができた。さらに、生徒自身の言葉でまとめさせることにより、指数という言葉を使ったまとめ方や、集合の考え方をういた説明などが出され、全体に共有することができた(図2)。他者の考えを聞き、課題に対する自らの考えを記述している様子から、「対話的な学び」を通して、知識を相互に関連付けてより深く理解する「深い学び」の実現に向かったものと考えられる。

★まとめ★  $A \cap B$  の考え方

最大公約数は 30 と 45 の場合で「共通」

素因数分解  $30 = 2 \times 3 \times 5$        $45 = 3^2 \times 5$

共通の素数は  $3$  と  $5$  だから  $3 \times 5 = 15$  と計算して

最小公倍数は 同じ場合で  $A \cup B$  の考え方

$30 = 2 \times 3 \times 5$        $45 = 3^2 \times 5$

出た数字は  $(2, 3, 5)$  しか  $45$  は  $3$  が  $2$  回入っているのだから  $3$  を追加。

よって  $2 \times 3 \times 5 \times 3 = 90$

2つの素因数分解

図2 集合の考え方をういた生徒のまとめ

今回は、あらかじめ、生徒の達成状況により二つの展開を想定しておくことで、目の前の生徒に最適な授業展開を選択することができた。さらに、生徒自身の言葉でまとめさせることにより、指数という言葉を使ったまとめ方や、集合の考え方をういた説明などが出され、全体に共有することができた(図2)。他者の考えを聞き、課題に対する自らの考えを記述している様子から、「対話的な学び」を通して、知識を相互に関連付けてより深く理解する「深い学び」の実現に向かったものと考えられる。

第三の分岐点は、本時を総括する振り返り問題において、ハイレベル問題、基礎問題の二つを用意しておくことである。その時間の生徒の達成状況を見ながら、教師が問題を選択したり、生徒自身が問題レベルを選び、解いたりすることを想定している。そのため、振り返り問題はプリントに載せず、ICT機器を利用して示した。

田村は、達成状況については、生徒の様子を観察し、できる限り確かさを伴った方法で見取ることが重要であるとしている(田村 2021)。生徒の授業始めと後半の姿を継続的に見取るために、生徒の発言やプリントに記入している内容、そのときの表情など、様々な視点で見取ることによって評価の妥当性を向上させた(図3)。今回の授業では、評価規準を「最大公約数・最小公倍数を多面的に考察することができる。」と設定した。そのため、

★ 391 と 161 の最大公約数を求める。

最大公約数

161 ) 391  
 $\underline{322}$   
 69

69 ) 161  
 $\underline{138}$   
 23

23 ) 69  
 $\underline{69}$   
 0

161 × 2 = 322

391 - 322 = 69

161 と 391 の最大公約数は 69

図3 配付プリントへの生徒の記述

そのため、机間指導をしながら、どのくらいの生徒が最大公約数を、素因数分解を利用せずに求めているのか(別の見方からも考察しているか)という視点で確認をすることができた。具体的な評価規準を設定することで評価の妥当性が向上し、適切な選択をすることができると考える。

事前の小テストを生かして授業を実施することにより、生徒の意欲の向上や、授業問題の改善につなげることができた。今後は、生徒の理解の質を問うような問題作りを一層進めることで、さらに効果的に指導をすることができると考えられる。例えば、最大公約数・最小公倍数の問題での失点について、言葉の意味が分からないことによる失点だったのか、意味は分かった上でそれを数式で表現することができないことによる失点だったのか、誤った解法を適用してしまったことによる失点だったのか(最小公倍数は2数をかけて求められるなど)など、生徒のつまずきがどこにあるのかを適切に把握できるような問題を作成できると、さらに生徒の課題に効果的に対応できる。テストの正答率だけに

とられず、生徒が主体的・対話的で深い学びの実現に向けて、多面的に問題を捉えることができるように、問題作りを工夫する必要がある。

また、テストの結果を利用した指導法についても、今後さらに研究が必要である。現状の課題を把握したところで、それを克服するための活動を教師から促すことができなければ、効果は十分に得られない。グループ活動での教え合い、教師の声かけ、解けている生徒から全体への発表など、様々な活動の中でどれを実践するのが効果的かを測る研究は、引き続き行う必要がある。

さらに、生徒の課題把握についても改善点があった。今回、研究授業を行う際、事前の小テストで正答率が50%であった問題について、ある教師は「ある程度の生徒が解けている」と捉え、別の教師は「解けている生徒が少ない」と捉えていた。それぞれの教師の認識だけに頼った指導にとどまってしまうと、指導の成果を適切に評価することができない。あらかじめ、科目ごとに生徒の達成目標を決めておく重要性も今回改めて認識できた。以上の課題について、今後も継続的に研究を進めていくことが望まれる。

#### 参考文献

神奈川県教育委員会高校教育課 2019 「『学習評価の充実』をとおした授業改善の推進に向けて」  
文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター 2019 「学習評価の在り方ハンドブック高等学校編」  
田村学 2021 『学習評価』 東洋館出版社 pp. 101-103

別紙1 「小テストの内容と生徒の記述」

( ) 組 ( ) 番 氏名: [redacted]

整数の性質(導入小テスト)

注意・解答はフォームで答えてください。  
 ・計算過程はこのプリントに書いてください。  
 ・このプリントも回収します。

問1 13の正の倍数を小さいものから5個求めなさい。

13, 26, 39, 52, 65

問2 63の正の約数をすべて求めなさい。

1, 3, 7, 9, 21, 63

問3 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 225 (2) 468

(1)  $5^2 \times 3^2$  (2)  $2^2 \times 3^2 \times 13$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)225} \\ \underline{5 \phantom{0} 45} \\ 3 \phantom{0} 9 \\ \underline{3 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)468} \\ \underline{2 \phantom{0} 24} \\ 3 \phantom{0} 17 \\ \underline{2 \phantom{0} 14} \\ 3 \phantom{0} 3 \\ \underline{3 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

問4 次の数の正の約数の個数を求めなさい。

(1) 96 (2) 1260

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64, 96

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)1260} \\ \underline{2 \phantom{0} 530} \\ 3 \phantom{0} 180 \\ \underline{3 \phantom{0} 105} \\ 5 \phantom{0} 21 \\ \underline{5 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)144} \\ \underline{2 \phantom{0} 72} \\ 3 \phantom{0} 24 \\ \underline{3 \phantom{0} 12} \\ 2 \phantom{0} 6 \\ \underline{2 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

問5 4桁の自然数  $42\Box5$  が3の倍数であるとき、 $\Box$ に入る数をすべて求めなさい。

1, 4, 7

問6 次の2つの整数の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

(1) 30と45 (2) 252と378

(1) 15  
90

(2) 126  
756

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ \underline{2 \phantom{0} 26} \\ 3 \phantom{0} 78 \\ \underline{3 \phantom{0} 63} \\ 1 \phantom{0} 15 \\ \underline{1 \phantom{0} 12} \\ 3 \phantom{0} 6 \\ \underline{3 \phantom{0} 0} \\ 0 \end{array}$$

問7 次のa, bについて, aをbで割ったときの商と余りを求めなさい。

(1)  $a=27, b=4$  (2)  $a=-26, b=6$

7あまり7

-4あまり-2