

⑤中学の復習+数学I 式の展開(てんかい)

★式の展開の練習です。同じようなパターンをまとめて
けいこう たいさく
 傾向と対策を考えて、早く計算できるようにしましょう。

たとえば $(x+1)(x+2)$ をこれまで通りに計算すると

$$(x+1)(x+2) = x^2 + 2x + 1x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$(x+2)(x+3)$ だったら

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

何か気がついたかな？

○や□をつけた数は元の式のかっこの中にある数字を
 足したり、かけたりした数になっているね。

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$

例1 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(x+4)$

(2) $(a+2b)(a-3c)$

解答 (1) $(x+3)(x+4) = x^2 + (3+4)x + 3 \cdot 4 = x^2 + 7x + 12$

(2) $(a+2b)(a-3b) = a^2 + (2b-3b)a + 2b \cdot (-3b)$
 $= a^2 + (-b)a + (-6b^2)$
 $= a^2 - ab - 6b^2$

★一発で答が出せるようになるまで練習しよう。

① 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)(x+3)$

(2) $(x+3)(x+5)$

(3) $(x+1)(x-3)$

(4) $(x-2)(x+4)$

(5) $(x-6)(x-5)$

(6) $(a-3)(a-8)$

(7) $(x+y)(x+2y)$

(8) $(x+2y)(x+4y)$

(9) $(x+y)(x-2y)$

(10) $(x-2y)(x+3y)$

(11) $(x-3y)(x-5y)$

(12) $(x-4y)(x-8y)$

★では、 $(x+3)(x-3)$ ではどうなるでしょう。

$$(x+3)(x-3) = x^2 + (3-3)x + 3 \cdot (-3) = x^2 - 0x - 9 = x^2 - 9$$

このように のところが同じ数字で + と - だと
 真ん中の x の項がなくなり、 $\square^2 - \square^2$ の形になります。

⇒公式: $(O+\Delta)(O-\Delta) = O^2 - \Delta^2$

例2 $(x+6)(x-6)$ を展開せよ。

解答 $(x+6)(x-6) = x^2 - 6^2 = x^2 - 36$

② 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)(x-1)$

(2) $(x+5)(x-5)$

(3) $(x-2)(x+2)$

(4) $(2x+1)(2x-1)$

(5) $(3x-1)(3x+1)$

(6) $(5x-2y)(5x+2y)$

(7) $(a+b)(b-a)$

(8) $(2b-3a)(3a+2b)$

★では、 $(x+3)^2$ ではどうなるでしょう。

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = x^2 + (3+3)x + 3 \cdot 3 = x^2 + 6x + 9$$

このように $(\quad)^2$ では、真ん中の x の係数は の2倍、
 最後の項は の2乗になります。

⇒公式: $(O+\Delta)^2 = O^2 + (2\Delta) \times O + \Delta^2$

または $(O+\Delta)^2 = O^2 + 2 \cdot O \cdot \Delta + \Delta^2$

例3 次の式を展開せよ。

(1) $(x+5)^2$

(2) $(2x-3)^2$

解答 (1) $(x+5)^2 = x^2 + (2 \cdot 5) \times x + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

(2) $(2x-3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot (-3) + (-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

③ 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)^2$

(2) $(x+4)^2$

(3) $(x-3)^2$

(4) $(x-2)^2$

(5) $(2x+1)^2$

(6) $(3x-1)^2$

(7) $(3x+2y)^2$

(8) $(5x-2y)^2$

しあげにミックスバージョンです

④ 次の式を展開せよ。

(1) $(x-3y)^2$

(2) $(4a-5b)(4a+5b)$

(3) $(x+5)(x-3)$

答えと解説

① 答 (1) x^2+4x+3 (2) $x^2+8x+15$ (3) x^2-2x-3
 (4) x^2+2x-8 (5) $x^2-11x+30$ (6) $a^2-11a+24$
 (7) $x^2+3xy+2y^2$ (8) $x^2+6xy+8y^2$ (9) $x^2-xy-2y^2$
 (10) $x^2+xy-6y^2$ (11) $x^2-8xy+15y^2$ (12) $a^2-12ab+32b^2$

② 答 (1) x^2-1 (2) x^2-25 (3) x^2-4 (4) $4x^2-1$
 (5) $9x^2-1$ (6) $25x^2-4y^2$ (7) b^2-a^2 (8) $4b^2-9a^2$

③ 答 (1) x^2+2x+1 (2) $x^2+8x+16$ (3) x^2-6x+9
 (4) x^2-4x+4 (5) $4x^2+4x+1$ (6) $9x^2-6x+1$
 (7) $9x^2+12xy+4y^2$ (8) $25x^2-20xy+4y^2$

④ 答 (1) $x^2-6xy+9y^2$ (2) $16a^2-25b^2$
 (3) $x^2+2x-15$

解説

① (1) $(x+1)(x+3) = x^2 + (1+3)x + 1 \cdot 3 = x^2 + 4x + 3$
 (2) $(x+3)(x+5) = x^2 + (3+5)x + 3 \cdot 5 = x^2 + 8x + 15$
 (3) $(x+1)(x-3) = x^2 + (1-3)x + 1 \cdot (-3) = x^2 - 2x - 3$
 (4) $(x-2)(x+4) = x^2 + (-2+4)x + (-2) \cdot 4 = x^2 + 2x - 8$
 (5) $(x-6)(x-5) = x^2 + (-6-5)x + (-6) \cdot (-5) = x^2 - 11x + 30$
 (6) $(a-3)(a-8) = a^2 + (-3-8)a + (-3) \cdot (-8) = a^2 - 11a + 24$
 (7) $(x+y)(x+2y) = x^2 + (y+2y)x + y \cdot 2y = x^2 + 3xy + 2y^2$
 (8) $(x+2y)(x+4y) = x^2 + (2y+4y)x + 2y \cdot 4y = x^2 + 6xy + 8y^2$
 (9) $(x+y)(x-2y) = x^2 + (y-2y)x + y \cdot (-2y) = x^2 - xy - 2y^2$
 (10) $(x-2y)(x+3y) = x^2 + (-2y+3y)x + (-2y) \cdot 3y$
 $= x^2 + xy - 6y^2$
 (11) $(x-3y)(x-5y) = x^2 + (-3y-5y)x + (-3y) \cdot (-5y)$
 $= x^2 - 8xy + 15y^2$
 (12) $(a-4b)(a-8b) = a^2 + (-4b-8b)a + (-4b) \cdot (-8b)$
 $= a^2 - 12ab + 32b^2$

② (1) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$ (2) $(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$
 (3) $(x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$ (4) $(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$
 (5) $(3x-1)(3x+1) = (3x)^2 - 1^2 = 9x^2 - 1$ (6) $(5x-2y)(5x+2y) = (5x)^2 - (2y)^2 = 25x^2 - 4y^2$
 (7) $(a+b)(b-a) = (b+a)(b-a) = b^2 - a^2$ (8) $(2b-3a)(3a+2b) = (2b-3a)(2b+3a) = (2b)^2 - (3a)^2 = 4b^2 - 9a^2$

③ (1) $(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 = x^2 + 2x + 1$
 (2) $(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2 = x^2 + 8x + 16$
 (3) $(x-3)^2 = x^2 + 2 \cdot (-3) \cdot x + (-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
 (4) $(x-2)^2 = x^2 + 2 \cdot (-2) \cdot x + (-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
 (3) $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$
 (4) $(3x-1)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-1) + (-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$
 (5) $(3x+2y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

(6) $(5x-2y)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot (-2y) + (-2y)^2$
 $= 25x^2 - 20xy + 4y^2$

④ (1) $(x-3y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-3y) + (-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$
 (2) $(4a-5b)(4a+5b) = (4a)^2 - (5b)^2 = 16a^2 - 25b^2$
 (3) $(x+5)(x-3) = x^2 + (5-3)x + 5 \cdot (-3) = x^2 + 2x - 15$