

⑥中学の復習+数学I 因数分解その1

★式の展開の計算を元の( )の形に戻すことを因数分解といひます。

展開の仕方をおさらいして、元に戻す方法を考えましよう。

$$2x(4x-5) = 2x \times 4x - 2x \times 5 = 8x^2 - 10x$$

上のような展開を元に戻すには、

$8x^2$  と  $-10x$  の両方に共通してかけてある数や式をさがす必要があります。

$$8x^2 = 8 \times x^2 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x$$

$$-10x = -10 \times x = -(2 \times 5) \times x$$

こういう数や文字を  
きょうつういんすう  
共通因数といひます。

このように  $8x^2$  と  $-10x$  の共通因数は  $2$  と  $x$  なので、

$8x^2 - 10x$  を因数分解せよ、といわれたら

$$8x^2 - 10x = 2x(\quad) \text{ の形にすることにひなります。}$$

$$2x(\quad) = 8x^2 - 10x \text{ となるのですから}$$

$$2x \times \text{○} = 8x^2, 2x \times \text{□} = -10x \text{ となる○や□を}$$

考えると  $4x$  と  $-5$  なので

$$8x^2 - 10x = 2x(4x - 5) \text{ となります。}$$

では練習してみましよう。

例1  $3x^2 - 6x$  を因数分解せよ。

解答  $3x^2 = 3 \times x \times x$   $-6x = -2 \times 3 \times x$  なので、  
共通因数は  $3$  と  $x$

$$3x^2 - 6x = 3x \times x - 2 \times 3x = 3x(x - 2)$$

① 次の式を因数分解せよ。

(1)  $ax + 5x$

(2)  $ab - 2ac$

(3)  $x^2 - 3x$

(4)  $2x^2 + 8x$

(5)  $3x^2 - 12x$

(6)  $4x^2 + 6x$

(7)  $15x^2 - 6x$

(8)  $2ax^2 + 10ax$

項の数がひ増えても同じです。

例  $2a^2b + 4ab - 6a$

解答  $2a^2b + 4ab - 6a = 2a \times ab + 2a \times 2b - 2a \times 3$   
 $= 2a(ab + 2b - 3)$

② 次の式を因数分解せよ。

(1)  $ab + ac - ad$

(2)  $2xy + 3x^2y + 6y^3$

次は  $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$  の形の展開の逆パターンです。

このように  $\square$  のところが同じ数字で  $+$  と  $-$  だと

$\square^2 - \square^2$  の形になるひでしたね。

⇒ ということは、真ん中の  $x$  の項がない、 $\square^2 - \square^2$  の形は

次のように因数分解できます。

公式:  $\square^2 - \triangle^2 = (\square + \triangle)(\square - \triangle)$

例2  $x^2 - 36$  を因数分解せよ。

解答 36は6の2乗だから

$$x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x + 6)(x - 6)$$

※2つの( )は入れかひひいても  $(x-6)(x+6)$  でもよいです。

③ 次の式を因数分解せよ。

(1)  $a^2 - 1$

(2)  $a^2 - 9$

(3)  $a^2 - 16b^2$

(4)  $9b^2 - 16a^2$

(5)  $4a^2 - 25b^2$

(6)  $9a^2 - 49b^2$

次は例1と例2のひ合わせ技です。

例3  $2x^3 - 8x$  を因数分解せよ。

解答  $2x^3 - 8x = 2x \times x^2 - 2x \times 4$

$$= 2x(x^2 - 4) \text{ ここで( )の中に注目!}$$

$$= 2x(x^2 - 2^2) \text{ } \square^2 - \square^2 \text{ の形をしてひます!}$$

$$= 2x(x+2)(x-2)$$

★このように、これ以上因数分解できなくなるまでひひます。

④ 次の式を因数分解せよ。

(1)  $2x^2 - 2y^2$

(2)  $3x^2 - 12$

(3)  $ab^2 - 9ac^2$

(4)  $x^2y - 16y^3$

(5)  $27a^2b - 3b^3$

答と解説

① 答 (1)  $x(a+5)$  (2)  $a(b-2c)$  (3)  $x(x-3)$   
 (4)  $2x(x+4)$  (5)  $3x(x-4)$  (6)  $2x(2x+3)$   
 (7)  $3x(5x-2)$  (8)  $2ax(x+5)$

② 答 (1)  $a(b+c-d)$  (2)  $y(3x^2+6y^2+2x)$

③ 答 (1)  $(a+1)(a-1)$  (2)  $(a+3)(a-3)$   
 (3)  $(a+4b)(a-4b)$  (4)  $(3b+4a)(3b-4a)$   
 (5)  $(2a+5b)(2a-5b)$  (6)  $(3a+7b)(3a-7b)$

④ 答 (1)  $2(x+y)(x-y)$  (2)  $3(x+2)(x-2)$   
 (3)  $a(b+3c)(b-3c)$  (4)  $y(x+4y)(x-4y)$   
 (5)  $3b(3a+b)(3a-b)$

解説

① (1)  $ax+5x=x(a+5)$   
 (2)  $ab-2ac=a \times b - a \times 2c = a(b-2c)$   
 (3)  $x^2-3x=x \times x - x \times 3 = x(x-3)$   
 (4)  $2x^2+8x=2x \times x + 2x \times 4 = 2x(x+4)$   
 (5)  $3x^2-12x=3x \times x - 3x \times 4 = 3x(x-4)$   
 (6)  $4x^2+6x=2x \times 2x + 2x \times 3 = 2x(2x+3)$   
 (7)  $15x^2-6x=3x \times 5x - 3x \times 2 = 3x(5x-2)$   
 (8)  $2ax^2+10ax=2ax \times x + 2ax \times 5 = 2ax(x+5)$

② (1)  $ab+ac-ad=a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d = a(b+c-d)$   
 (2)  $2xy+3x^2y+6y^3$   
 $=2x \cdot y + 3x^2 \cdot y + 6y^2 \cdot y$   
 $=y(2x+3x^2+6y^2)$   
 $=y(3x^2+6y^2+2x)$

( )の中を次数の高い順&  
アルファベット順にする

③ (1)  $a^2-1=a^2-1^2=(a+1)(a-1)$   
 (2)  $a^2-9=a^2-3^2=(a+3)(a-3)$   
 (3)  $a^2-16b^2=a^2-(4b)^2=(a+4b)(a-4b)$   
 (4)  $9b^2-16a^2=(3b)^2-(4a)^2=(3b+4a)(3b-4a)$   
 (5)  $4a^2-25b^2=(2a)^2-(5b)^2=(2a+5b)(2a-5b)$   
 (6)  $9a^2-49b^2=(3a)^2-(7b)^2=(3a+7b)(3a-7b)$

④ (1)  $2x^2-2y^2=2 \times x^2 - 2 \times y^2$   
 $=2(x^2-y^2)$   
 $=2(x+y)(x-y)$

(2)  $3x^2-12=3 \times x^2 - 3 \times 4$   
 $=3(x^2-4)$   
 $=3(x^2-2^2)$   
 $=3(x+2)(x-2)$

(3)  $ab^2-9ac^2=a \times b^2 - a \times 9c^2$   
 $=a(b^2-9c^2)$   
 $=a\{b^2-(3c)^2\}$   
 $=a(b+3c)(b-3c)$

(4)  $x^2y-16y^3=y(x^2-16y^2)$   
 $=y\{x^2-(4y)^2\}$   
 $=y(x+4y)(x-4y)$

(5)  $27a^2b-3b^3=3b(9a^2-b^2)$   
 $=3b\{(3a)^2-b^2\}$   
 $=3b(3a+b)(3a-b)$