

⑦中学の復習+数学I 因数分解その2

(多項式)(多項式)の展開は下のように計算したので、

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$

たす
かける

因数分解では、たすと(真ん中の数)になり、かけると(最後の数)になる、2つの数を見つければよいのです。

なので、 $x^2 + 5x + 6$ を因数分解せよ、といわれたら

たすと(5)になって、かけると6になる数をさがします。

ポイントはこれ たして5になるものはいくらかでもあるので

まず、かけると6になるものを考えると、1と6、2と3 です。

このうちたして5になるのは、2と3なので

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3) \text{ となります。}$$

では練習しましょう。

例2 $x^2 + 3x - 10$ を因数分解せよ。

解答 かけて-10になる2つの整数の組を考えると

-1と10, -2と5, -5と2, -10と1で、

たして3になるものは -2と5

よって $x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$

※2つの()は入れかわっていてもよいです。

① 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 4x + 3$

(2) $x^2 + 6x + 5$

(3) $x^2 + 5x + 6$

(4) $x^2 + 7x + 6$

(5) $x^2 + 7x + 12$

(6) $x^2 + 8x + 12$

(7) $x^2 + x - 6$

(8) $x^2 + 2x - 8$

(9) $x^2 + 3x - 18$

(10) $x^2 - 4x - 12$

(11) $x^2 - 10x + 16$

(12) $x^2 - 11x + 24$

★たして-10?
マイナスとマイナスもかけるとプラスになるよ。

では、 $x^2 - 6x + 9$ を因数分解してみましょう。

かけて9になるのは、1と9、3と3ですが、

たして-6にならなくてはならないのでマイナスも考えると-3と-3だとわかります。

よって $x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3)$ となります。

しかし、2つの()の中が同じなので、()にしましょう。

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3)$$

$$= (x-3)^2 \text{ これが答です。}$$

例2 $x^2 - 4x + 4$ を因数分解せよ。

解答 かけて4, たして-4になる2つの整数は -2と-2

よって $x^2 - 4x + 4 = (x-2)(x-2) = (x-2)^2$

② 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 2x + 1$

(2) $x^2 + 4x + 4$

(3) $x^2 - 2x + 1$

(4) $x^2 + 10x + 25$

(5) $x^2 - 18x + 81$

次は文字が2つ出てきますが、やり方は同じです。

例3 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - 3xy - 10y^2$ (2) $x^2 + 8xy + 16y^2$

解答 (1) かけて-10, たすと-3になるのは2と-5

yがあるから 2yと-5yにする

$$x^2 - 3xy - 10y^2 = (x+2y)(x-5y)$$

(2) かけて16, たすと8になるのは4と4

yがあるから 4yと4yにする

$$x^2 + 8xy + 16y^2 = (x+4y)(x+4y) = (x+4y)^2$$

③ 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6xy + 8y^2$

(2) $x^2 + 9xy + 8y^2$

(3) $x^2 + 6xy - 7y^2$

(4) $x^2 - 2xy - 15y^2$

(5) $x^2 - 7xy + 12y^2$

(6) $x^2 + 7xy - 18y^2$

(7) $a^2 - 3ab - 10b^2$

(8) $a^2 - 9ab + 14b^2$

(9) $x^2 + 4xy + 4y^2$

(10) $x^2 - 10xy + 25y^2$

① 答 (1) $(x+1)(x+3)$ (2) $(x+1)(x+5)$ (3) $(x+2)(x+3)$

(4) $(x+1)(x+6)$ (5) $(x+3)(x+4)$ (6) $(x+2)(x+6)$

答と解説

(7) $(x-2)(x+3)$ (8) $(x-2)(x+4)$ (9) $(x-3)(x-8)$
 (10) $(x+2)(x-6)$ (11) $(x-2)(x-8)$ (12) $(x-3)(x+6)$

2 答 (1) $(x+1)^2$ (2) $(x+2)^2$ (3) $(x-1)^2$
 (4) $(x+5)^2$ (5) $(x-9)^2$

3 答 (1) $(x+2y)(x+4y)$ (2) $(x+y)(x+8y)$
 (3) $(x-y)(x+7y)$ (4) $(x+3y)(x-5y)$
 (5) $(x-3y)(x-4y)$ (6) $(x-2y)(x+9y)$
 (7) $(a+2b)(a-5b)$ (8) $(a-2b)(a-7b)$
 (9) $(x+2y)^2$ (10) $(x-5y)^2$

解説

1 (かけると3になり、たすと4になるのは1と3)
 (1) $x^2 + 4x + 3 = x^2 + (1+3)x + 1 \cdot 3$
 $= (x+1)(x+3)$
(かけると5になり、たすと6になるのは?)
 (2) $x^2 + 6x + 5 = x^2 + (1+5)x + 1 \cdot 5$ かけると5
たすと6
 $= (x+1)(x+5)$
 (3) $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \cdot 3$ かけると6
たすと5
 $= (x+2)(x+3)$
 (4) $x^2 + 7x + 6 = x^2 + (1+6)x + 1 \cdot 6$ かけると6
たすと7
 $= (x+1)(x+6)$
 (5) $x^2 + 7x + 12 = x^2 + (3+4)x + 3 \cdot 4$ かけると12
たすと7
 $= (x+3)(x+4)$
 (6) $x^2 + 8x + 12 = x^2 + (2+6)x + 2 \cdot 6$ かけると12
たすと8
 $= (x+2)(x+6)$
 (7) $x^2 + x - 6 = x^2 + (-2+3)x + (-2) \cdot 3$ かけると-6
たすと1
 $= (x-2)(x+3)$
 (8) $x^2 + 2x - 8 = x^2 + (-2+4)x + (-2) \cdot 4$ かけると-8
たすと2
 $= (x-2)(x+4)$
 (9) $x^2 + 3x - 18 = x^2 + (-3+6)x + (-3) \cdot 6$ かけると-18
たすと3
 $= (x-3)(x+6)$
 (10) $x^2 - 4x - 12 = x^2 + (2-6)x + 2 \cdot (-6)$ かけると-12
たすと-4
 $= (x+2)(x-6)$
 (11) $x^2 - 10x + 16 = x^2 + (-2-8)x + (-2) \cdot (-8)$ かけると16
たすと-10
 $= (x-2)(x-8)$
 (12) $x^2 - 11x + 24 = x^2 + (-3-8)x + (-3) \cdot (-8)$ かけると24
たすと-11
 $= (x-3)(x-8)$

2 (1) $x^2 + 2x + 1 = x^2 + (1+1)x + 1^2$
 $= (x+1)(x+1)$
 $= (x+1)^2$

(2) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + (2+2)x + 2^2$
 $= (x+2)(x+2)$
 $= (x+2)^2$

(3) $x^2 - 2x + 1 = x^2 + (-1-1)x + (-1)^2$
 $= (x-1)(x-1)$
 $= (x-1)^2$

(4) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + (5+5)x + 5^2$
 $= (x+5)(x+5)$
 $= (x+5)^2$

(5) $x^2 - 18x + 81 = x^2 + (-9-9)x + (-9)^2$
 $= (x-9)(x-9)$
 $= (x-9)^2$

3 (1) $x^2 + 6xy + 8y^2 = x^2 + (2y+4y)x + 2y \cdot 4y$
 $= (x+2y)(x+4y)$

(2) $x^2 + 9xy + 8y^2 = x^2 + (y+8y)x + y \cdot 8y$
 $= (x+y)(x+8y)$

(3) $x^2 + 6xy - 7y^2 = x^2 + (-y+7y)x + (-y) \cdot 7y$
 $= (x-y)(x+7y)$

(4) $x^2 - 2xy - 15y^2 = x^2 + (3y-5y)x + 3y \cdot (-5y)$
 $= (x+3y)(x-5y)$

(5) $x^2 - 7xy + 12y^2 = x^2 + (-3y-4y)x + (-3y) \cdot (-4y)$
 $= (x-3y)(x-4y)$

(6) $x^2 + 7xy - 18y^2 = x^2 + (-2y+9y)x + (-2y) \cdot 9y$
 $= (x-2y)(x+9y)$

(7) $a^2 - 3ab - 10b^2 = a^2 + (2b-5b)a + 2b \cdot (-5b)$
 $= (a+2b)(a-5b)$

(8) $a^2 - 9ab + 14b^2 = a^2 + (-2b-7b)a + (-2b) \cdot (-7b)$
 $= (a-2b)(a-7b)$

(9) $x^2 + 4xy + 4y^2 = x^2 + (2y+2y)x + 2y \cdot 2y$
 $= (x+2y)(x+2y) = (x+2y)^2$

(10) $x^2 - 10xy + 25y^2 = x^2 + (-5y-5y)x + (-5y) \cdot (-5y)$
 $= (x-5y)(x-5y) = (x-5y)^2$