

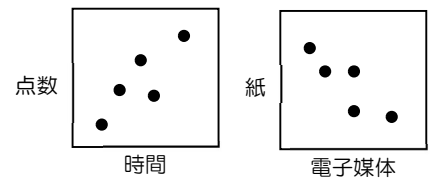
【1-15】相関関係について考えよう

1 相関関係とは…

2つの変数 $X \cdot Y$ について、 X が上昇すると Y が上昇もしくは低下する関係のこと。

例. 学習時間が多いほど、試験の総得点数が高くなる。(正の相関)

電子媒体での宣伝が増えるほど、チラシを配布する枚数が減る。(負の相関)



2 相関関係を示すためには…

(1) 散布図をつくる。

変数 X, Y を横軸と縦軸に取り、該当する点を打つ(プロットする)。

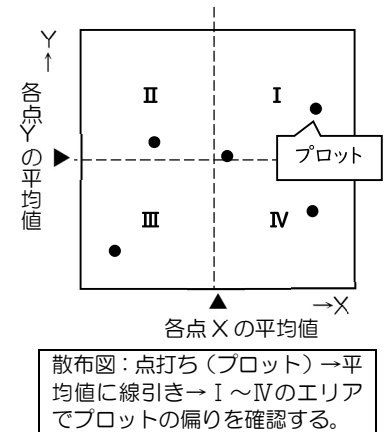
(2) 傾向を予測する。

変数 X, Y の各平均値を算出し、それぞれの値に線を引き、領域 I ~ IV をつくる。

図中の I・III の領域に点が多く分布する場合は正の相関、

II・IV の領域に点が多く分布する場合は負の相関、

4つの領域に偏りなく分布している場合は相関関係がないことが予想される。



[演習1] ある喫茶店について、8月中の10日間の最高気温と客数の記録は次の通りであった。

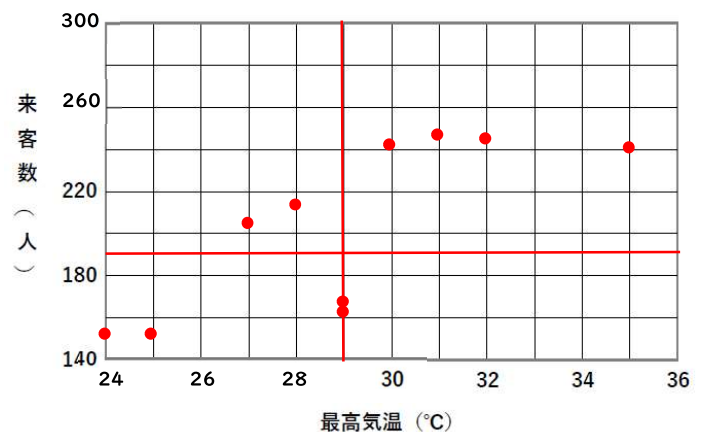
日付(8月)	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日	平均
最高気温(℃)	28	27	32	31	35	29	24	25	29	30	29
来客数(人)	217	206	244	247	241	161	152	151	168	243	203

※データは架空のものです。

① 最高気温と来客数の人数をグラフにプロットしてみよう。

② 最高気温と来客数の平均の値 ($X=29, Y=203$) について、 グラフに線を引き4領域に分けましょう。

③ 4つの領域のうち、点が多く分布している領域を確認し、 相関の有無について予想しましょう。

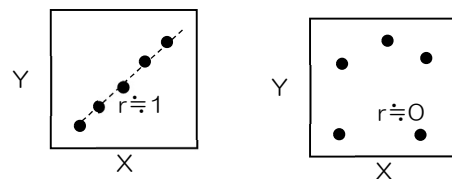


3 相関の強さを調べる。

2つの変数の関係の強さを示した数値のことを**相関係数 r** といいます。

相関係数 r は次の式で求めます。 r の範囲は $-1 \leq r \leq 1$ であり、プロットが右上がりの直線に集まるほど1(右下がりだと-1)に近づき、プロットが散在しているほど0に近づきます。

$$\text{相関係数 } r = \frac{X \text{ と } Y \text{ の共分散}}{X \text{ の標準偏差} \times Y \text{ の標準偏差}}$$



r の値と相関の向き・強さを判断する基準は次のとおりです。

相関係数 r	$-1 \leq r \leq -0.7$	$-0.7 \leq r \leq -0.4$	$-0.4 \leq r \leq -0.2$	$-0.2 \leq r \leq 0.2$	$0.2 \leq r \leq 0.4$	$0.4 \leq r \leq 0.7$	$0.7 \leq r \leq 1.0$
相関の向き	負	負	負	相関なし	正	正	正
強さ	強い	中程度	弱い		弱い	中程度	強い

例 最高気温と来客数について

共分散 … 各データの「X の偏差」「Y の偏差」の積を平均したもの

$$\begin{aligned} & \{ (1 \text{ 日の最高気温} - \text{平均}) (1 \text{ 日の来客数} - \text{平均}) + \cdots + (10 \text{ 日の最高気温} - \text{平均}) (10 \text{ 日の来客数} - \text{平均}) \} / \text{調査日数} \\ &= \{ (28-29) (217-203) + \cdots + (27-29) (206-203) \} / 10 \\ &\approx 102.44 \end{aligned}$$

X の標準偏差

$$\begin{aligned} & \{ (1 \text{ 日の最高気温} - \text{平均})^2 + \cdots + (10 \text{ 日の最高気温} - \text{平均})^2 \} / \text{調査日数} = X \text{ の分散} \quad X \text{ の分散の平方根} = X \text{ の標準偏差} \\ & \{ (28-29)^2 + \cdots + (27-29)^2 \} / 10 = 10.666 \cdots \quad \sqrt{10.666 \cdots} = 3.27 \end{aligned}$$

Y の標準偏差

$$\begin{aligned} & \{ (1 \text{ 日の来客数} - \text{平均})^2 + \cdots + (10 \text{ 日の来客数} - \text{平均})^2 \} / \text{調査日数} = Y \text{ の分散} \quad Y \text{ の分散の平方根} = Y \text{ の標準偏差} \\ & \{ (217-203)^2 + \cdots + (243-203)^2 \} / 10 = 1864.444 \cdots \quad \sqrt{1864.444 \cdots} = 41.04 \end{aligned}$$

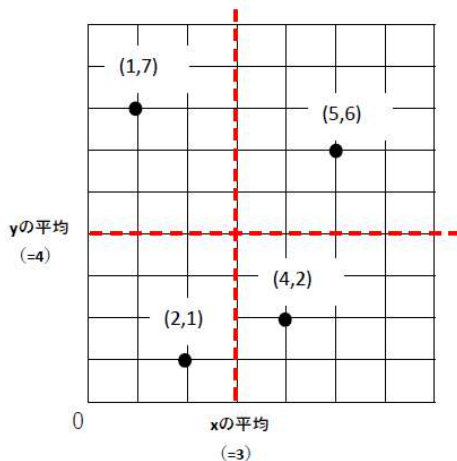
相関係数

$$r = \frac{102.444}{3.27 \times 41.04} \approx 0.76$$

相関係数 r は 0.7 を上回っており、気温と来客数の間には強い正の相関があることが示されました。

[演習2] 次の二つの散布図 A・B について、それぞれの相関係数を求めることにした。A の計算式を参考にして、B の相関係数を算出せよ。

A



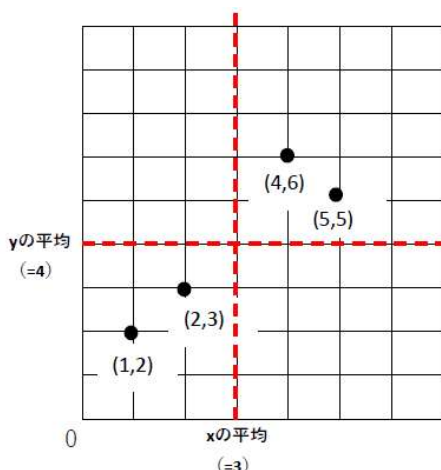
$$\text{共分散} \quad \{ (1-3)(7-4) + (2-3)(1-4) + (4-3)(2-4) + (5-3)(6-4) \} / 4 = -0.25 \cdots$$

$$X \text{ の標準偏差} \quad \{ (1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \} / 4 = 2.5 \quad \sqrt{2.5} \approx 1.58$$

$$Y \text{ の標準偏差} \quad \{ (7-4)^2 + (1-4)^2 + (6-4)^2 + (2-4)^2 \} / 4 = 6.5 \quad \sqrt{6.5} \approx 2.55$$

$$\text{相関係数} \quad \frac{\text{共分散}}{X \text{ の標準偏差} \times Y \text{ の標準偏差}} \approx -0.062$$

B (A に倣って、求めてみよう)



$$\text{共分散} \quad \{ (1-3)(2-4) + (2-3)(3-4) + (4-3)(6-4) + (5-3)(5-4) \} / 4 = 2.25$$

$$X \text{ の標準偏差} \quad \{ (1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 \} / 4 = 2.5 \quad \sqrt{2.5} \approx 1.58$$

$$Y \text{ の標準偏差} \quad \{ (2-4)^2 + (3-4)^2 + (6-4)^2 + (5-4)^2 \} / 4 = 2.5 \quad \sqrt{2.5} \approx 1.58$$

$$\text{相関係数} \quad \frac{2.25}{\sqrt{2.5} \times \sqrt{2.5}} = 0.9$$

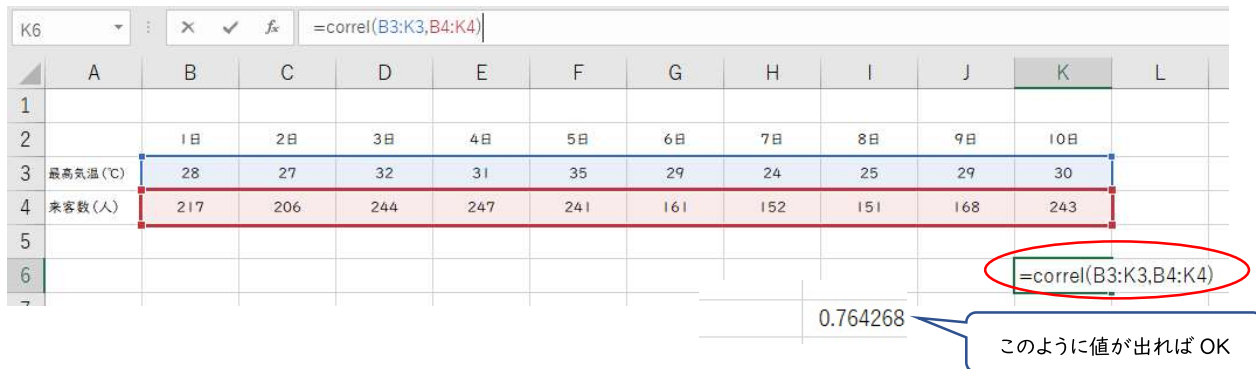
〔演習3〕 excel を使って散布図の作成と相関係数の算出を行う。

1 エクセルに必要な値を入力する。

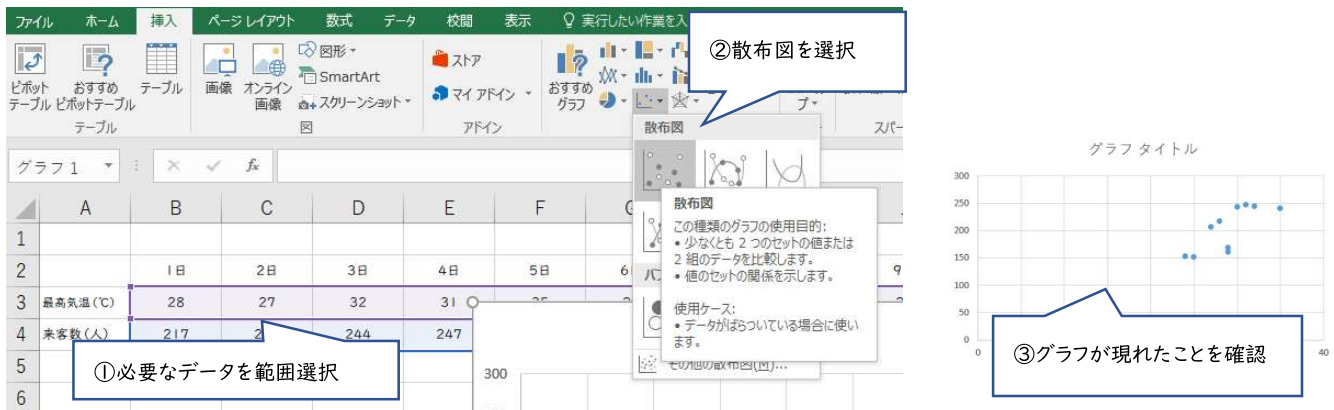
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日
3	最高気温(℃)	28	27	32	31	35	29	24	25	29	30
4	来客数(人)	217	206	244	247	241	161	152	151	168	243
5											

2 相関係数 r は、数式の関数「correl」で求める。

空いているセルに次のように入力。(関数の入れ方や範囲選択の仕方は、レポート作成の時を思い出しましょう。)

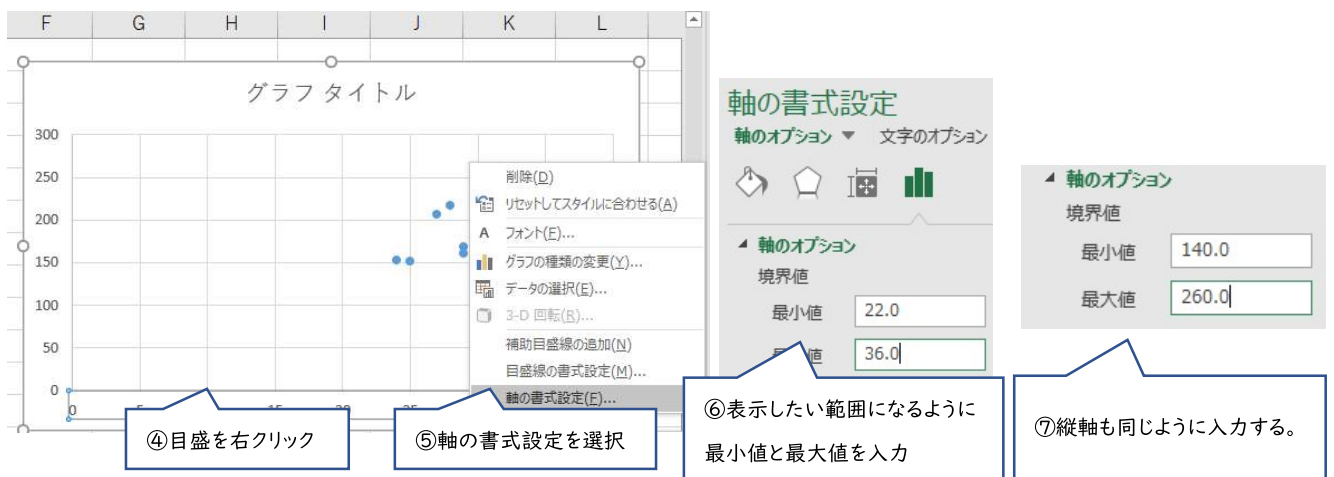


3 必要なデータを範囲選択して、挿入タブから散布図を選択すると、散布図ができる。

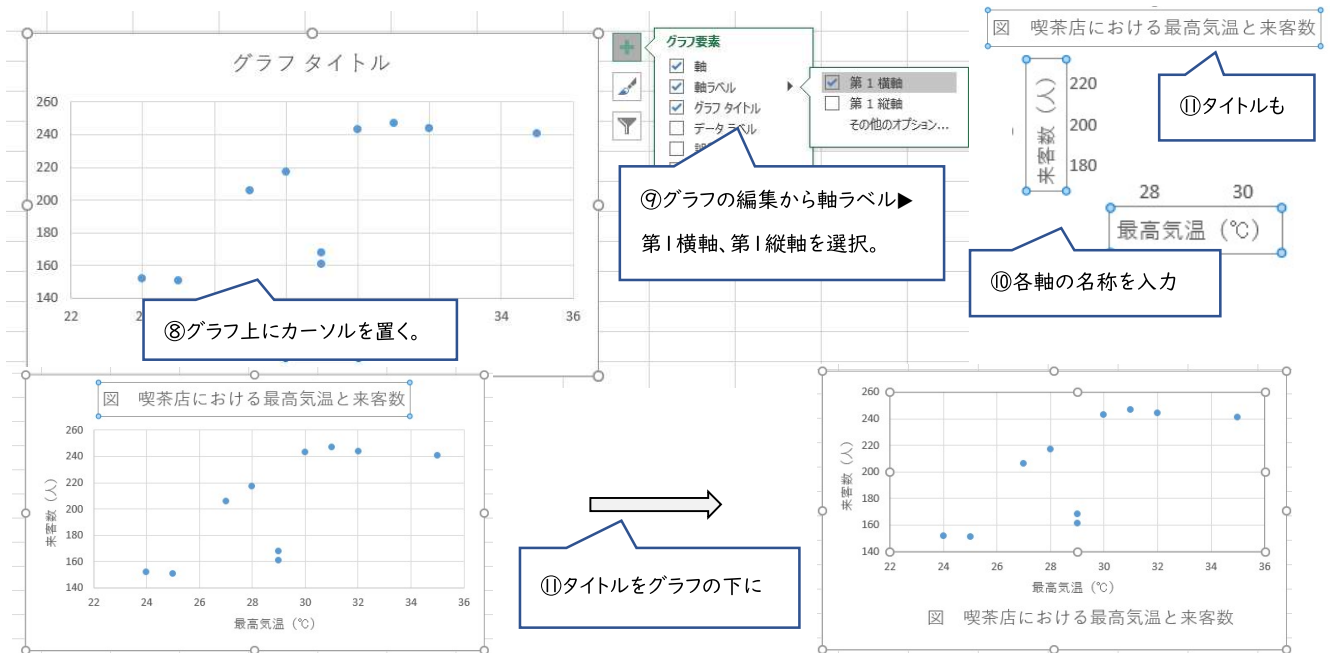


4 グラフの体裁を整える。

(1) グラフの表示範囲の変更

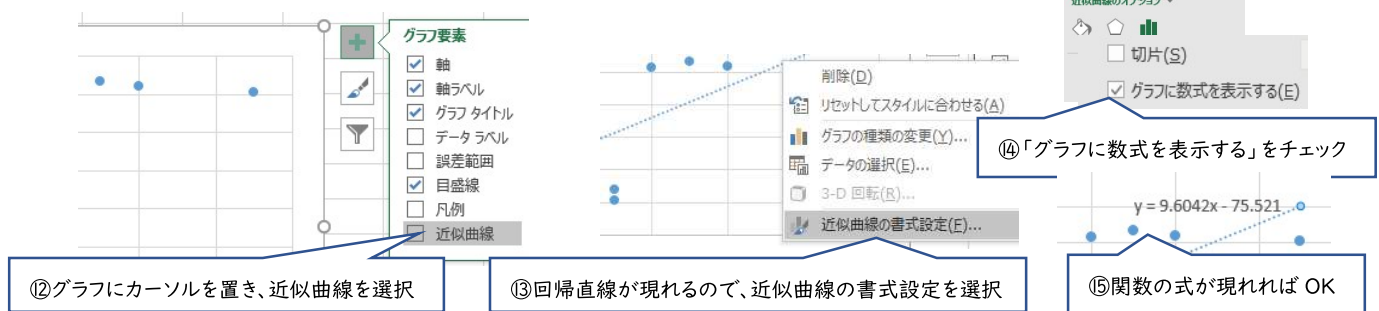


(2)両軸に名称(最高気温、来客数)を入れる。

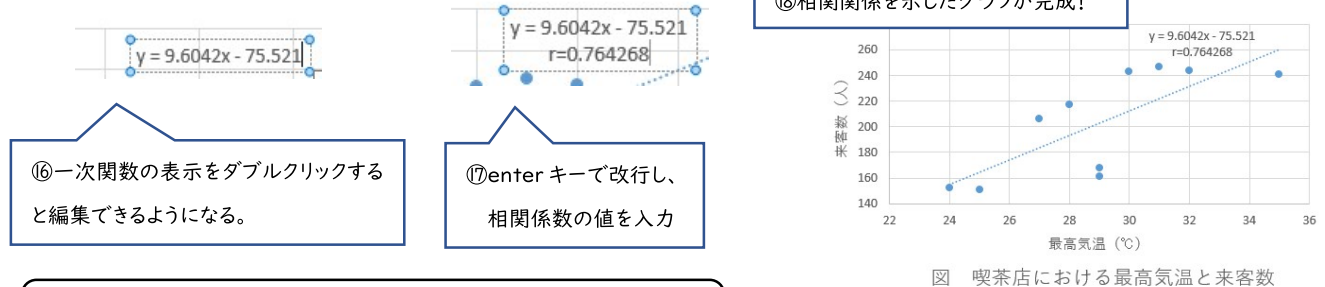


5 回帰直線を入れる。

回帰直線 … 変数 X と変数 Y の相関関係を一次関数で示した直線のこと。



6 相関係数の値をグラフに入れる。



考察: 最高気温と来客数に正の相関関係が見られた理由は何でしょう。

[探究(時間が余ったら)] 相関関係がありそうなテーマを考えて、調べてみよう。

例えば、

サッカー選手の得点数と身長には正の相関がある?

ラグビー選手のトライを決めた数と体重には負の相関がある?

興味の持った題材について、仮説(例えば、背が高い方がヘディングでも決めやすいから得点が多くなるのでは? 体重が軽い方が集団から抜け出してトライを決めやすいのでは?)を立てながら、相関関係を調べてみましょう。